Prof. Dr. Alfred Toth

Ein semiotisch-arithmetisches Paradox

1. Nach Bense (1992) repräsentiert die eigenreale, mit ihrer Realitätsthematik dualinvariante Zeichenklasse sowohl das Zeichen als auch die Zahl. Zudem gilt nach Bense (1975, S. 170 ff.), daß dem Zählen der Zahlen das Generieren der Zeichen entspricht. Entsprechend führte Bense (1981, S. 17 ff.) die semiotischen Fundamentalkategorien als "Primzeichen" ein

$ZR = (1, 2, 3)$.

Zusammengefaßt haben wir somit

$ZR = (1, 2, 3) = (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$.

2. Allerdings gelten die arithmetischen Grundoperation der Zahl (+, -, ·, :) zwar für das Zeichen Zahl

$1 + 2 = 3$

$3 - 1 = 2$

$2 \cdot 3 = 6$

$6 : 3 = 2$,

aber scheinbar nicht für das Zeichen selbst, denn nach Berger (1976) kommt bei Zeichen, die nicht Zahlen sind, für die arithmetische Addition die mengentheoretische Vereinigung zum Zuge

<u>Satz 1 (Berger 1976)</u>: Wenn $3.i_1\ 2.j_1\ 1.k_1$ und $3.i_2\ 2.j_2\ 1.k_2$ die zu vereinigenden Zeichenklassen sind, so gilt für die resultierende Zeichenklasse $3.i_3\ 2.j_3\ 1.k_3$:

$i_3 = \max(i_1, i_2)$, $j_3 = \max(j_1, j_2)$, $k_3 = \max(k_1, k_2)$.

Entsprechend müßte man für die arithmetische Multiplikation die mengentheoretische Durchschnittsbildung einsetzen

Satz 2: Wenn der Durchschnitt von $3.i_1\ 2.j_1\ 1.k_1$ und $3.i_2\ 2.j_2\ 1.k_2$ bestimmt werden soll, so gilt für die resultierende Zeichenklasse $3.i_3\ 2.j_3\ 1.k_3$:

$i_3 = \min(i_1, i_2)$, $j_3 = \min(j_1, j_2)$, $k_3 = \min(k_1, k_2)$.

3. Offenbar haben wir hier also ein semiotisch-arithmetisches Paradox: *Zwar sind alle Zahlen Zeichen, aber nur Zahlen, nicht jedoch Zeichen sind zählbar.* Intuitiv korrespondiert dies mit unserer Vorstellung, daß die Iteration von Zeichen der Bedeutung und dem Sinn sowie der Verwendung des Zeichens nichts hinzufügt, und zwar gilt dies sowohl von Zeichen als auch von semiotischen Objekten: In geschriebenen oder gesprochenen Texten wird die Repetition von Zeichen einfach als redundant empfunden und daher geahndet: Z.B. hat der Satz "Du du schläfst schläfst noch noch" genau die Bedeutung des Satzes "Du schläfst noch". Verdopple ich einen Fußgängerstreifen, so ändert sich weder am Zeichen- noch am Objektanteil des semiotischen Objektes irgendetwas. Allerdings kann in einer offenbar stark begrenzten Subklasse von Zeichen sowie semiotischen Objekten sowohl die Vervielfachung als auch die Subtraktion von Zeichen bzw. Zeichenanteilen im Sinne einer Verfremdung sekundär wiederum zeichenhaft interpretiert werden: Jemand, der zwei anstatt einen Ehering (allerdings nur an einem länderspezifisch definierten Finger) trägt, wird als Witwe(r) interpretiert. Trägt umgekehrt jemand plötzlich keinen Ehering mehr, so wird er als geschieden interpretiert. Grammatikalisch ist die Iteration bzw. Reduplikation oft entweder mit einer Intensivierung des Sinnes (vgl. hawaii. make "wollen", ma-make, make-make "wünschen") oder mit einer funktionalen Differenzierung (vgl. griech. paideúo "erziehe", pe-paideuka "habe erzogen/bin erzogen") korreliert.

4. Nun ist es bekannt, daß in der Arithmetik nur Qualitativ gleiches gezählt werden kann

1 Apfel + 2 Äpfel = 3 Äpfel.

Soll Qualitativ Ungleiches gezählt werden, so erscheint im Resultat die den verschiedenen Qualitäten gemeinsame Quantität

1 Apfel + 2 Birnen = 3 Früchte,

allerdings nur dann, wenn ein solches quantitatives "kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches" der unterschiedlichen Qualitäten existiert, andernfalls gibt es überhaupt kein Resultat

1 Apfel + 2 Zahnstocher = ?

Kurz gesagt, müssen also offenbar die gezählten Objekte gleichsortig sein, und zwar bezieht sich die Sorte auf die Semantik, d.h. die Bezeichnungsfunktion und also auf die Relationen zwischen dem arithmetischen Zeichen und seinem Objekt. D.h. die "nicht-sortigen" Gleichungen wie z.B.

$1 + 2 = 3$

sind eben solche, bei denen die gezählten sowie die zählenden Zahlen von der Relation

(Zeichen → Objekt)

abstrahieren. Man beachte, daß hieraus in keiner Weise folgt, daß von der Peirceschen Zeichenrelation nur die Mittelbezüge verwendet würden. Ein solcher Schluß wäre allein deswegen falsch, weil das Peircesche Zeichen das externe Objekt gar nicht enthält, und somit enthält es natürlich auch die Relation (Zeichen → Objekt) nicht. Der semiotische Objektbezug ist nicht die Relation des Zeichens zu seinem externen, sondern zu seinem internen Objekt. Ein weiterer Beleg dafür, daß also nicht die zeichen-immantente Relation ($M \rightarrow O$), sondern die zeichen-transzendente Relation (Zeichen → Objekt) das Zählen von Zahlen limitiert, geht daraus hervor, daß sich die Bedingung der Gleichsortigkeit der gezählten Objekte nur auf die Objekte selbst sowie deren Elementschaft innerhalb ihrer Objektfamilien, nicht aber auf diejenige der betreffenden Objekte selbst bezieht, denn Gleichungen wie z.B.

1 Apfel + 1 Kerngehäuse = ? (pars pro toto)

1 Apfel + 1 Kiste Äpfel = ? (totum pro parte)

sind ebenso sinnlos wie (1 Apfel + 1 Zahnstocher), aber umgekehrt können z.B. alle "Früchte", alle "Hölzer", alle "Bauten" usw. als Objektfamilien genommen werden, vgl.

1 Scheune + 1 Villa = 2 Bauten

1 Kiesel + 1 Ziegel = 2 Steine

1 Scheit + 1 Brett = 2 Hölzer,

jedoch

1 Haus + 1 Tür = ? / 1 Tür + 1 Dach = ?

1 Kiesel + 1 Fels = ? / 1 Berg + 1 Kiesel = ?

1 Span + 1 Brett = ? / 1 Blockhütte + 1 Balken = ?

Zusammenfassung: Die Abstraktion von der bei gewöhnlichen Zeichen vorhandenen Relation des Zeichens zu seinem externen Objekt (Zeichen → Objekt) führt bei der Teilklasse der arithmetischen Zeichen (Zahlen) zu einer Nicht-Sortigkeit der gezählten Objekte und damit zur Abstraktion der Qualität dieser Objekte und somit zu deren Quantifizierung. Werden dennoch Objekte verschiedener Qualität gezählt, so wird die Nicht-Sortigkeit durch die Gleichsortigkeit der gezählten Objekte angenähert, d.h. die Quantifizierung wird durch Einbettung der gezählten Objekte in Objektfamilien erreicht, so zwar, daß wiederum die Relation (Zeichen → Objekt) über diese Einbettung entscheidet.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, S. 20-24

17.5.2012